

## LES CONCEPTIONS MATHÉMATIQUES ET LE RÉEL \*

F. GONSETH

La très remarquable conférence du R.P. Dubarle me fait une obligation de modifier complètement l'exposé que j'avais projeté de vous présenter. Non pas que je me sente incité à renoncer à mes intentions premières. Je m'en vais, au contraire, m'efforcer de les faire ressortir avec plus de netteté. Mon rapport doit éclairer le problème de la connaissance du point de vue d'une science particulière. J'avais cependant imaginé en faire une contribution, non seulement à la doctrine des mathématiques, mais à la doctrine de la science et même à la doctrine de la connaissance en général. L'exposé du R.P. Dubarle m'incite à insister résolument sur la portée générale de l'expérience mathématique. Qu'il me soit donc permis de me placer dans la ligne même qu'il a tracée, de reprendre et d'utiliser certains éléments de sa pensée. Ce que mon exposé gagnera ainsi en actualité, il le perdra, peut-être, par les défauts inhérents à une intervention plus ou moins improvisée. Je vous prie de m'en excuser.

Le R.P. Dubarle me permettra de reprendre les quatre exigences fondamentales auxquelles il estime que toute doctrine de la science doit actuellement satisfaire, de les considérer comme des critères d'efficacité à observer ou comme des principes à suivre et de leur donner des noms pour pouvoir m'y référer commodément.

Le premier de ces principes mérite peut-être le nom de *principe de dualité*. Il pose la légitimité d'une double référence, à la raison et à l'expérience. Le second est un *principe de technicité*. J'aimerais nommer le troisième *principe de révisibilité* et le quatrième *principe d'intégralité*.

Un mot à propos de ce dernier principe, pour vérifier que je ne m'égare pas sur le sens que le P. Dubarle lui a donné. La formulation suivante lui convient-elle : «Toute la science retentit ou se reflète dans chacune de ses parties» ? Le P. Dubarle voudra-t-il me dire s'il peut accepter cette façon extrêmement brève et sommaire de désigner ses quatre exigences fondamentales ?

R.P. DUBARLE — Bien volontiers. Je m'excuse d'avoir apporté quelque chose qui devient presque un élément dogmatique. Si vous voulez, pour nous mettre d'accord sur les mots : *révisibilité*, vous voulez dire par là : l'acquis de la science est une espèce de perpétuel instrument de progrès de la science. J'aurais parlé de *réversibilité* de l'acquis sur le travail; mais cela n'a pas d'importance. Par principe

\* Article publié dans les *Archives de l'Institut international des Sciences Théoriques*, série A, n° 2 (1948), p. 31-49.

d'*intégralité*, je crois que vous présentez un autre aspect du retentissement des progrès de la science sur toutes les sciences, qui nous donne ces grandes mues.

M. GONSETH — Que le R.P. Dubarle se rassure. Je ne tiens pas non plus à poser ces quatre principes en dogmes philosophiques. Mais, en les désignant ainsi, je crois qu'on simplifie la prise de contact.

Ceci dit, je fais le projet de montrer qu'il existe, d'ores et déjà, une doctrine de la science (et spécialement une doctrine des sciences mathématiques) qui satisfait visiblement aux quatre principes énoncés, *même et surtout* si elle ne les cite pas explicitement chaque fois qu'elle leur est fidèle. C'est la doctrine idonéiste ou «dialectique sous l'idée de l'expérience».

C'est avec cette intention que je reviens à mon sujet : *Les Conceptions mathématiques et le Réel*. Ce titre suggère qu'il va s'agir d'une confrontation à deux termes : les mathématiques d'une part, le réel d'autre part. C'est une suggestion qu'il me faut immédiatement corriger, redresser. Pour qu'il y ait connaissance du réel par l'intermédiaire des conceptions mathématiques, il faut, naturellement, qu'il y ait un sujet pensant et connaissant. Ce n'est donc pas entre deux termes, mais entre trois termes que la confrontation devra s'établir, entre les trois termes du schéma suivant :

objet — idée — sujet.

Pour simplifier je les appellerai : le premier, le deuxième et le troisième terme de la constellation à étudier. Il va falloir examiner de quelle nature ou de quelle structure (les mots adéquats nous manquent encore) sont les rapports qui peuvent s'établir entre eux dans les mathématiques tout spécialement et dans les sciences en général.

Le schéma précédant suggère trois façons d'engager la discussion, trois façons d'aborder le problème. À les examiner de plus près, nous allons remarquer que chacune d'elle comporte des difficultés extrêmement sérieuses, si sérieuses même que chacune d'elles prend bientôt figure de tentation, de tentation philosophique contre laquelle il importe de se défendre énergiquement.

La première consiste à dire : commençons, tout simplement, par l'examen de l'objet. Commençons par nous en faire une représentation bien nette. Cherchons à concevoir tout d'abord, de façon bien précise, ce que c'est qu'un objet, quels sont les caractères distinctifs du réel. Sur ce point je m'en vais entrer en opposition avec l'exposé que M. Daujat vient de nous présenter. Je voudrais me servir, moi aussi, de la citation qu'il a faite de M. Bachelard mais, en lui donnant une interprétation diamétralement opposée : «À partir d'une certaine exactitude, dit en substance M. Bachelard, les décimales, dont on se sert pour décrire un objet, n'ont plus aucune signification». Je prête à cette citation une tout autre signification que M. Daujat. L'intention de M. Bachelard me semble tout à fait claire. La connaissance réelle de l'objet, selon lui, ne va que jusqu'à un certain degré de précision.

Au delà, plutôt que de parler d'une marge d'inconnu, il vaut mieux dire qu'il y a une marge d'indétermination. À un stade quelconque de notre connaissance, un certain nombre seulement de décimales apportent des indications efficaces; nous n'avons aucun moyen d'assurer les décimales ultérieures : les indiquer est une mesure vaine et sans aucune portée. En d'autres termes, l'objet nous est donné dans un état d'inachèvement. Parler d'un niveau de connaissance, c'est parler d'un certain état d'inachèvement de la connaissance, sans qu'il nous soit permis d'imaginer que jamais l'état d'achèvement puisse être rejoint. Penser un objet réel, c'est le penser dans une réalisation sommaire à laquelle la dernière détermination ne peut que manquer. En d'autres termes, la connaissance de l'objet est ouverte, ouverte sur une détermination, et l'idée de l'objet est elle-même en suspens.

Je ne crois pas me tromper en disant que le sens de la citation, ainsi explicitée, est tout simplement en accord avec la position critique générale de M. Bachelard. Ce sens est aussi peu favorable à une doctrine réaliste de la connaissance qu'à une doctrine idéaliste.

Avec M. Bachelard nous venons de parler de l'objet mais on peut en dire tout autant d'un réel quelconque, de la réalité en général. Pouvons-nous imaginer, avec une parfaite précision, ce que le mot «réalité» prétend désigner ? Les sciences du réel, aussi bien théoriques qu'expérimentales, nous conduisent-elles à une conception parfaitement claire et achevée de ce qu'est *une réalité* ? Vous savez combien la physique, par exemple, et surtout la physique moderne, déçoit l'idéal d'une connaissance achevée, l'espérance de concevoir, une fois pour toutes, la nature du réel. Le réel vous est donné tout d'abord, dit-elle, au niveau de la connaissance naturelle, connaissance sommaire et macroscopique. Il vous est donné, ensuite, au niveau de la physique classique, niveau, lui aussi, provisoire et qui doit être révisé profondément pour donner accès au niveau de la physique quantique. D'ailleurs, à ce dernier niveau, dont nul ne sait s'il ne sera pas bientôt dépassé, l'idée même de l'indétermination entre dans la conception même du réel. Résultat paradoxal : c'est au niveau même de la connaissance la plus avancée, la plus évoluée, que l'idée du réel nous paraît la plus obscure.

Ce paradoxe illustre les difficultés insurmontables qui attendent la première de nos tentatives : celle de s'approcher du premier terme pour en connaître parfaitement la portée et la signification. S'adressant aux disciplines les plus avancées dans la connaissance du réel et les plus exigeantes quant à la sécurité de leurs méthodes d'investigation (se conformant en cela, soit dit en passant, au principe de technicité), peut-être espère-t-on se faire, enfin, une idée claire de «ce» que ces disciplines étudient, à savoir : le réel. La réponse est brutale : abandonnez-en l'espoir. La conception définitivement adéquate de ce qu'est un réel vous est refusée. Sachez même que, dans la mesure où votre prise sur le réel gagnera en efficacité, vos vues sur la nature du réel perdront en clarté et en précision.

Bon, dira-t-on, l'attaque directe du premier terme a échoué. Le troisième terme,

le sujet, sera peut-être d'un abord plus facile puisqu'il nous désigne nous-mêmes.

Est-il légitime d'imaginer que le sujet connaissant nous soit donné, qu'il puisse nous être totalement donné dans sa fonction même de sujet connaissant ? Qu'il nous soit donné comme un autre dont nous puissions analyser, décrire, connaître, jusque dans son fond, la faculté de connaître, ou comme nous-mêmes serions donnés à nous-mêmes à travers la conscience épurée que nous prendrions de notre structure existentielle ?

Que le sujet soit un autre ou qu'il soit nous-mêmes, si nous imaginons que sa réalité est prédéterminée et qu'elle doit nécessairement être intelligible comme une pure structure, comme une essence, etc., nous nous heurterons à des difficultés analogues à celles qui nous ont barré la voie de la connaissance intégrale de ce que c'est qu'un objet. L'idée de l'objet nous est apparue à la fois nécessaire et problématique dans la perspective de la connaissance dirigée vers l'existence. Il n'en est pas autrement de l'idée du sujet, si on l'analyse sans indulgence dans la perspective de la connaissance intime. À notre avis, c'est une bien grande illusion de croire que la voie d'une connaissance achevée de ce qu'est un sujet soit moins difficile que celle de l'analyse de l'idée d'objet. Sans entrer dans les détails, rappelons le résultat du pénétrant examen de Cavaillès : dans toute solution ontologique (purement phénoménologique) de la question du sujet il manque une dimension sans laquelle la connaissance réelle ne peut être rendue, la dimension où puisse venir s'inscrire l'expérience du sujet lui-même.

Ainsi, ce que je sais de l'inévitable imperfection de ma connaissance, de ma propre faculté de connaître et de mon propre être mental (ou de celui d'autrui) vient s'opposer à mon intention de commencer par le *troisième* terme.

C'est donc, direz-vous, qu'il faut commencer par le terme intermédiaire, par l'idée. «Peut-être ce terme intermédiaire (les mathématiques n'en fournissent-elles pas l'exemple ?) va-t-il pouvoir être donné, ou du moins pensé, dans un état de parfait achèvement».

Certes, les mathématiques nous en suggèrent l'espoir. Mais un examen sévère le confirme-t-il ? Je me trouve, ici, particulièrement à l'aise pour répondre encore une fois par un «Non» très catégorique. C'est précisément l'une des questions que j'étudie, depuis des années, avec une attention particulière. Qu'on s'adresse à la logique, à l'arithmétique, à la géométrie, à l'analyse, la réponse est partout la même. Les concepts mathématiques et l'idée même de ce que sont les mathématiques n'ont jamais été donnés sous une forme achevée, *ne varietur*, irrévocable. Je reviendrai sur ce point tout à l'heure, avec l'exemple du calcul infinitésimal. Et, d'autre part, la grande tentative de la démonstration de la non-contradiction, et son échec, est encore trop présente à toutes les mémoires pour qu'il me soit nécessaire d'accumuler les arguments. La connaissance du deuxième terme, la connaissance assurée et non problématique de ce qu'est une idée, se dérobe comme s'est dérobée la connaissance analogue des deux termes extrêmes.

Voici donc la situation assez pénible et, semble-t-il, paradoxale à laquelle nos essais nous ont conduits. Le problème de la connaissance (dont le problème des rapports des mathématiques à la réalité n'est qu'un cas particulier, d'une importance spéciale) se propose tout naturellement à nous comme étant le problème des rapports des trois termes envisagés entre eux. Mais, aucun de ces trois termes ne nous est tout à fait clairement donné; bien plus, aucun d'eux n'a de signification complètement déterminée; aucun d'eux ne se présente comme un élément de connaissance achevée. Dans ces conditions, comment allons-nous commencer notre analyse du problème de la connaissance ? Si l'on exige, pour pouvoir commencer, d'avoir un point de départ assuré sans aucune réserve, un premier point d'appui qui ne soit jamais ébranlé, un fondement qui ne demande jamais à être révisé, il n'existe tout simplement pas de possibilité de commencer. Ainsi se révèle la véritable difficulté de notre entreprise. Cette difficulté ne résulte pas de considérations philosophiques antérieures ou extérieures à la pratique de la connaissance, à la pratique des disciplines scientifiques. C'est une difficulté réelle que l'expérience, le progrès même de la connaissance, suscite et révèle. Une difficulté que les premiers philosophes de la science ne pouvaient pas prévoir mais qui ne peut plus être écartée de notre horizon : c'est là *notre* difficulté. En un mot donc, notre information actuelle sur chacun des trois termes nous interdit simplement de commencer (si nous pensions pouvoir «véritablement» commencer) par l'un ou par l'autre.

Il nous faut donc suspendre cette intention, faire un retour sur nous-mêmes, nous demander s'il existe une autre façon de saisir le problème, une autre façon de concevoir ce que nous avons à faire. Si nous ne pouvons «véritablement» commencer, y a-t-il un sens à vouloir commencer ? La situation semble complètement compromise, inextricable. Et pourtant, un seul mot suffit pour rétablir la juste vision des choses : c'est une situation normale, c'est la situation habituelle dans la pratique des sciences !

La dernière de nos affirmations demande à être expliquée. Il faut aussi dire un mot des conséquences qu'elle entraîne quant au problème même de la connaissance. Je m'en vais, dans ce but, intercaler ici une idée, l'idée de ce que j'ai pris l'habitude d'appeler la doctrine préalable. Nous n'entrons pas dans la recherche scientifique complètement dépouillés et désarmés, intellectuellement et techniquement. Au moment où on l'aborde, on possède déjà un certain ensemble de connaissances élémentaires et de façons de les mettre en relation. On ne peut pas ne pas posséder déjà une doctrine préalable des vérités les plus élémentaires. Le plus souvent cette doctrine est admise tacitement, comme allant de soi. La méthode même selon laquelle l'entreprise scientifique va être engagée y est aussi comprise.

Je ne voudrais pas m'attarder sur ce point. J'y ai consacré un soin tout particulier dans le premier cahier de mon ouvrage sur *La géométrie et le problème de l'espace*. Je ne tenterai pas de vous résumer, ici, cette étude. Ses conclusions ne font,

d'ailleurs, que confirmer ce que le simple bon sens suggère.

Je pose donc en fait que l'on ne peut commencer aucune entreprise scientifique sans une doctrine préalable, même s'il est plus commode de l'ignorer. Mais, comment la choisir ? Elle est parfois présupposée, donnée et reçue sans qu'on y ait même pris garde. Mais faut-il admettre qu'elle se propose, qu'elle puisse se proposer avec une certitude super-scientifique ? Non. L'histoire de la science offre mille exemples de doctrines préalables qu'il a fallu réviser pour tenir simplement compte des progrès de la connaissance. Je ne pourrai donc poser une doctrine préalable que sous réserve de révision si la chose devient nécessaire. La doctrine préalable ne fait donc qu'exprimer les vues élémentaires auxquelles il faut que je m'arrête si je veux raisonnablement et sincèrement poursuivre l'œuvre scientifique dans telle ou telle discipline. Chaque pas en avant la remet à l'épreuve. L'ensemble de l'acquis en est la garantie.

Est-il nécessaire de souligner, dans ce qui vient d'être dit, l'intervention conjuguée des deux principes de révisibilité et d'intégralité sur lesquels le R.P. Dubarle a attiré notre attention. Je dis : il peut arriver qu'une doctrine préalable doive être révisée. Il faut alors tenir compte, pour le faire, de tous les éléments de connaissance du moment. La chose n'est-elle pas claire ; l'idée même de la doctrine préalable ne présuppose-t-elle pas les deux principes que je viens de rappeler ? Ces deux principes formulent des exigences qui sont, d'avance, intégrées dans l'idée de la doctrine préalable. Cette idée serait vide si ces principes n'étaient pas valables. Mais ces principes sont-ils valables ? Qu'on me permette de reprendre la question. Il y a davantage à tirer de ce que je viens de dire. Je veux m'examiner moi-même au moment où j'affirme leur validité, au moment où j'affirme que la doctrine préalable d'une discipline est, en principe, révisable. D'où est-ce que j'en prends le droit ? Quels sont les principes auxquels je me réfère ? Qu'elle est l'instance de légitimité dont je me réclame ? Le droit dont il s'agit ici n'est, encore une fois, ni antérieur, ni extérieur à l'expérience du praticien de la science ; il n'est que l'expression de l'expérience de la science en évolution. Ce droit est de plain-pied avec le droit qu'a le savant de concevoir une théorie de la science qui soit en accord avec la démarche réelle de la science.

En fait, bien que pour édifier une théorie de la science (une théorie adéquate, bien entendu !), il faille tenir compte de toute son histoire et, tout spécialement, de ses derniers stades, la théorie de la science à laquelle on s'arrête, appartient à la doctrine préalable du moment. Nous voyons ainsi les principes conjugués de révisibilité et d'intégralité intervenir à nouveau mais, cette fois, sous la dépendance d'un autre principe, du principe de l'expérience.

Pour qu'il y ait un sens à parler des principes de révisibilité et d'intégralité, pour conférer à ces principes les conditions d'une intervention efficace, il faut admettre l'éventualité d'une expérience qui remette le « déjà formulé » en question. Dans la doctrine préalable de la science révisable, c'est-à-dire de la science réelle, il doit y

avoir un principe de l'expérience ouverte, concédant à l'expérience à venir une ouverture absolument spécifique consistant en ceci : qu'il doit être interdit par méthode, par fidélité aux principes mêmes de la science ouverte, de poser, de penser l'expérience à venir comme étant, d'ores et déjà, prédéterminée.

Veillez le remarquer : ce que je vous expose en ce moment représente une expérience d'un certain genre. Or, elle n'aurait aucun sens, je ne saurais pas même la concevoir comme une expérience, si elle n'était pas dominée, elle aussi, par le principe de l'expérience ouverte. De cette expérience que je fais en ce moment avec vous, que je prolonge, que j'espère conduire à sa conclusion, je compte tirer une certaine théorie de la connaissance scientifique.

L'expérience ouverte devient ainsi garante de la théorie de l'expérience scientifique. Peut-on imaginer une plus frappante intervention du principe de dualité ? Si je rejetais ce principe, je me refuserais à moi-même la possibilité de tenir compte de l'expérience de la science pour y appuyer une théorie de la connaissance. En un mot, le principe de dualité est intégré, par avance, dans l'idée du rapport de la doctrine préalable au corps de la science. L'idée est vide si le principe est sans valeur.

Mais, l'idée n'est pas vide. L'œuvre des techniciens des sciences en apporte les preuves.

Je reviens, maintenant, au thème général de mon exposé. Nous l'avons quitté après avoir constaté qu'il est d'un abord difficile. Mais, avais-je ajouté, la situation que nous avons mise en évidence est simplement celle que l'on considère comme normale dans les sciences. Reprenons notre analyse à ce moment-là. Bien entendu, je n'ai pas introduit l'idée de doctrine préalable pour la renier au moment décisif lorsqu'elle me concernera. On n'entre pas non plus dans la discussion d'un thème tel que le mien sans une doctrine préalable. Je l'ai déjà laissé entendre. Mais je ne crois pas inutile de le répéter.

Au début de notre exposé nous avons eu l'air, par souci pédagogique, de chercher un « vrai » point de départ d'où notre analyse pût se développer en toute sécurité, sans avoir à tenir compte de l'éventuelle nécessité d'une révision des positions de départ. Pour un instant, nous avons eu l'air de penser qu'une discussion philosophique authentique était liée à la mise en évidence de vérités inconditionnelles, à l'acquisition de connaissances « achevées ». Nous avons ainsi l'air de prendre une position que nous sommes maintenant mieux en état de caractériser et de juger. Elle fait tout simplement partie de la doctrine préalable traditionnelle de la philosophie.

Sommes-nous tenus de l'adopter ? S'il nous fallait répondre par l'affirmative, la situation serait, à la fois, claire et désespérée : nous n'aurions plus qu'à abandonner la partie, les conditions d'un « vrai » commencement nous faisant défaut.

Sommes-nous acculés à cette décision extrême ? La doctrine préalable de toute philosophie de la connaissance doit-elle irrécusablement prévoir un commencement inconditionnel ? À la réflexion, les raisons que l'on aurait de l'affirmer s'effacent,

les raisons qu'on a de le contester se précisent.

Remarquons, tout d'abord, qu'il y a une incohérence qui saute aux yeux à se réclamer d'une doctrine préalable inconditionnelle (ne le serait-elle que partiellement) pour y fonder une connaissance révisable que l'expérience historique nous montre révisable d'outre en outre. De quel droit admettrait-on, dans la doctrine préalable, le bénéfice de certains privilèges auxquels le praticien de la connaissance aurait à renoncer ? Pour mon compte, je ne me sens pas autorisé à le faire. J'aurais l'impression, en le faisant, d'outrepasser mes droits, Je poserais, me semble-t-il, un point de doctrine sans avoir le moyen de me justifier, si ce n'est par un appel à l'évidence.

Mais, cette évidence est fallacieuse. On pose comme un fait acquis, comme un fait certain, qu'il ne peut pas y avoir d'autre façon de faire. Il est évident, dit-on, qu'il est impossible de fonder un système de la connaissance qui ne reconnaîtrait pas la nécessité d'un vrai commencement sans s'exposer à l'antinomie, connue et cent fois rappelée, du commencement. Nous montrerons qu'il existe une autre solution du problème du commencement et que, par conséquent, l'évidence à laquelle on fait appel est trompeuse. L'expérience témoignera contre l'évidence. Cette situation n'est pas nouvelle. Bien des fois déjà, dans le développement de la connaissance scientifique, l'évidence a dû céder.

Pour ce qui nous occupe ici, nous ne concevons pas qu'il puisse en être autrement. Le témoignage de notre propre expérience ne saurait être récusé : par là même, notre doctrine préalable devra, elle aussi, passer sous l'obédience du «principe de l'expérience». Ce principe est «contagieux»; s'il est admis pour un corps de connaissance, il s'impose, de lui-même, pour la doctrine préalable correspondante. On pourrait en dire autant des quatre principes dont il fut tout d'abord question. Ainsi se rétablit la cohérence, l'unité des principes de base de l'ensemble de la connaissance.

En un mot : une théorie (fût-ce une théorie de la connaissance !) et sa doctrine préalable forment un tout organique; les mêmes principes fondamentaux les informent et les orientent.

\* \* \*

Nous voici donc placés (aussi pour l'expérience philosophique que nous faisons en cet instant même) sous l'idée dominante de l'expérience ouverte.

C'est par l'expérience de la connaissance elle-même que la difficulté d'aborder directement, dans sa «vraie» signification, chacun de nos trois termes nous est apparue et s'est précisée.

C'est l'expérience que nous allons consulter et invoquer pour concevoir et suggérer la façon annoncée de commencer. Il serait absurde de contester l'existence d'un certain système des sciences. Il n'est point achevé ni dans ses principes, ni dans ses notions, ni dans ses résultats : soit ! Mais, telle qu'elle est, la science a une

fois commencé ! Pour dire mieux : elle recommence tous les jours. Dans quelles conditions lui fut-il possible de commencer, lui est-il possible de recommencer ?

La réponse est d'une éclatante simplicité : dans un système de connaissances qui comporte le principe de sa propre révisibilité on a le droit de commencer où l'on veut, où il nous plaît et comme on peut. En principe, tout point de départ, si sommaire et grossièrement approché soit-il, est légitime pourvu qu'on ne le tienne pas pour définitif et qu'on ait la volonté de l'améliorer. Commencer quelque part, une fois ou l'autre, avec les moyens, si imparfaits soient-ils, dont on dispose : c'est un procédé parfaitement légitime pourvu qu'on ne s'imagine pas être en possession de connaissances fermées et disposer de techniques mentales parachevées; pourvu qu'on reste ouvert aux leçons et aux suggestions de l'expérience. C'est ainsi que procède la science dans ses démarches efficaces et en ne s'interdisant pas, bien entendu, de commencer au mieux de ses possibilités. C'est ainsi qu'elle procède réellement et cette façon de faire est légitime; elle ne tombe sous le coup d'aucune condamnation de principe; elle s'établit dans son plein droit. Car (répétons-le, la chose étant d'une importance capitale) les principes dont il vient d'être question représentent précisément les conditions, les exigences pour qu'une connaissance en évolution soit habilitée à commencer dans le relatif.

Or, la connaissance scientifique est de ce type; ce n'est pas une connaissance qui puisse être posée achevée sans s'exposer, de ce fait même, à tomber dans l'arbitraire et dans l'erroné. C'est une connaissance en évolution.

Cette constatation est libératrice. Elle me permet de concevoir que la connaissance que j'ai, que je peux avoir des trois termes dont nous avons déjà tant parlé, est elle aussi une connaissance en évolution. Ni la science, ni aucune théorie de la connaissance ne sont capables de m'en livrer la signification dernière. Qu'à cela ne tienne. Je les envisagerai comme des notions ouvertes, des éléments d'une connaissance en évolution. J'en prendrai le droit et, pour que nul n'ait, lui, le droit de me le contester, il suffira que je me réclame de la doctrine préalable qui érige en principe les conditions mêmes d'existence de la connaissance en évolution.

Je pourrai donc commencer à parler du sujet, de l'objet et de l'idée avec les significations relativement éprouvées (et, disons-le, singulièrement efficaces) que le savoir humain leur a déjà conférées.

\* \* \*

Mais, comment la connaissance évolue-t-elle ? Comment les notions passent-elles de signification en signification ? Je ne tenterai pas de vous l'exposer ici de façon générale. Je me bornerai à vous présenter un exemple, à évoquer un «procès en révision de signification» : celui de la notion d'objet.

Prenons cette notion au niveau de la connaissance commune, de la connaissance naturelle, au niveau du bon sens. Au même titre qu'un autre (la méthode de la connaissance en évolution nous le concède) ce point de départ est légitime. À ce

niveau, l'idée d'objet jouit d'une efficacité éprouvée sur laquelle tout le monde s'accorde. À ce niveau, cette notion est, pourrait-on dire, universelle, en ce sens que toute tentative que je fais pour concevoir quelque chose que ce soit commence par conférer à ce quelque chose (le langage en fait foi) les caractères essentiels de la chose, de l'objet. Telle quelle, cette notion s'est trouvée engagée dans toutes les aventures de la connaissance. Suivons-la en physique jusqu'au moment où l'on parle de l'objet atomique. Il devient clair, à ce moment là, que, par son engagement dans le progrès de la connaissance physique, l'idée de l'objet a subi une sensible modification. C'est pour en tenir compte qu'on se mettra, tout-à-coup, à parler de l'objet macroscopique, pour désigner l'objet-du-sens-commun et pour le distinguer de l'objet atomique. Car celui-ci, bien que désignant encore une *chose du monde physique*, ne réunit plus exactement tous les caractères de l'objet conçu au niveau de la connaissance naturelle. En particulier, les règles concernant la présence et l'absence des objets macroscopiques ne sont plus strictement applicables aux objets atomiques. (Ce que j'ai proposé d'appeler *la physique de l'objet quelconque* est donc une théorie de l'objet macroscopique).

J'estime qu'il doit être bien difficile de rendre compte de ce fait sans se référer à la doctrine de la connaissance en évolution, sans avoir recours aux «notions ouvertes». Que dira, par exemple, un partisan des idées universelles et achevées ? Ne devrait-il pas raisonner comme suit : l'idée de l'objet atomique représente, en quelque sorte, un affaiblissement de l'idée que l'on avait primitivement de l'objet. La nouvelle idée est plus générale, c'est elle qui est l'idée universelle. Celle de l'objet macroscopique s'est montrée et reste utile mais, pour une «vraie» théorie de la connaissance, elle est impropre, elle a été reconnue impropre. Du point de vue strictement théorique, c'est une idée fausse.

Une logique aussi raide rend mal compte des choses. Le processus qui nous amène de l'idée de l'objet macroscopique à l'idée de l'objet atomique anéantit-il

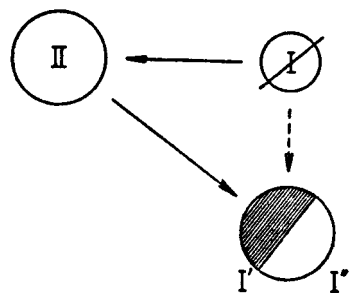


Fig. 1 : Dévalorisation et revalorisation de la connaissance objective.

I : Connaissance objective (à un stade d'ailleurs quelconque), sur laquelle s'effectue la dialectisation.  
 II : Connaissance objective évoluée et spécifiée.  
 I', II' : Connaissance objective revalorisée.  
 I' en tant que catégorie partielle éprouvée,  
 II' en tant que catégorie universelle d'approche.

vraiment la première en donnant naissance à la seconde ? Il n'en est rien. Le processus d'évolution (je dirais de dialectisation) est bien plus complexe, bien plus souple. Ce que je vais en dire me paraît, d'ailleurs, tout à fait essentiel. Peut-être

aurait-il été opportun de le faire déjà ressortir, lorsqu'il fut question des deux langages, du langage scientifique et de celui du sens commun. Mais, de toutes façons, le moment est venu d'y insister.

Nos explications pourront être confrontées avec le schéma ci-dessus (cf. *Dialectica* 2, 1947).

Nous avons déjà vu que l'idée ordinaire de l'objet n'a pu être engagée dans la physique atomique qu'en subissant une retouche assez profonde : l'idée de l'objet atomique en est le résultat. Nous ne chercherons pas à la caractériser, cela n'est pas nécessaire. Nous nous demanderons plutôt si l'idée primitive, conçue dans notre horizon naturel de réalité, a perdu sa raison d'être. La réponse est négative. Certes, elle a perdu sa fonction de catégorie universelle, universellement valable. Sa validité, comme catégorie de connaissance sommaire, reste néanmoins indiscutée. Mais, il y a plus : n'est-ce pas par l'engagement même de cette catégorie (à titre d'essai, dirons-nous après coup) dans l'expérience atomique que la conception de la notion évoluée a été rendue possible ?

Cette remarque nous incite à conserver la première notion de l'objet comme une catégorie générale d'essai. Engagée dans l'expérience, son rôle même est d'attendre la confirmation ou la retouche. Comme telle, elle reste universellement valable. En résumé : la notion d'objet, dévalorisée en tant que catégorie universellement valable, est revalorisée de deux façons. D'une part, elle persiste dans l'idée de l'objet macroscopique comme catégorie éprouvée de connaissance dans l'horizon de la connaissance naturelle; d'autre part, elle reste une catégorie universelle d'approche ou d'essai.

Toute dialectisation s'accompagne ainsi d'une spécification qui conduit à une duplication de la notion dialectisée.

Il y a un instant, je posais la question : lorsqu'une notion subit une mutation, lorsqu'elle se dialectise, la notion originelle doit-elle être simplement abandonnée comme dépassée ou même comme inexacte ? Dans notre exemple, c'est exactement le contraire qui se passe. La notion originelle, à peine modifiée, reste indispensable, reste l'un des moyens irréductibles de notre faculté de connaître à côté de sa forme dialectisée. Le processus de dialectisation aboutit donc à une duplication de la notion sur laquelle il opère.

C'est ainsi que les choses se présentent pour la notion d'objet, dira-t-on peut-être. Mais, en est-il de même pour les autres notions ayant déjà un «passé d'évolution» ?

Non pas pour démontrer, mais pour faire pressentir qu'il en est bien ainsi, je me permettrai de m'attarder encore quelques instants sur un second exemple. C'est, d'ailleurs, un exemple si connu et déjà si souvent exposé que je ne dirai certainement rien que vous ne connaissiez déjà parfaitement.

On dit : la théorie de la relativité d'Einstein a touché et transformé l'idée que l'on se faisait du rapport du temps à l'espace. L'idée que l'on s'en fait, une fois cette théorie comprise, ne peut plus être la même que celle qu'on s'en faisait avant

cette expérience, avant ce progrès de notre connaissance. Mais, quelle idée nous en faisons-nous «avant» ? C'était (précisée, il est vrai, par son engagement dans la mécanique newtonienne) l'idée usuelle, l'idée intuitive du temps et de l'espace. Cette idée, la chose est certaine, doit être révisée, dialectisée, pour pouvoir assumer le rôle qui lui est attribué dans la relativité einsteinienne. Mais, faut-il en déduire que l'idée, sous sa forme intuitive, a maintenant perdu sa fonction et que, partout où il s'agira d'espace et de temps, il faudra les concevoir dans leur variante relativiste ? Si la variante intuitive de notre conception spatio-temporelle devait simplement s'évanouir — ceci est une réponse à Mr. Pos — quel ne serait pas l'embarras du physicien expérimental qui, lui, pense, agit, se meut et monte ses expériences, indubitablement «dans l'espace de son intuition naturelle».

En fait, le rôle de la connaissance intuitive persiste. Peut-être l'idée originelle se trouve-t-elle quelque peu touchée «en retour» par le fait accompli de sa dialectisation. Mais, pour l'essentiel, elle reste à notre disposition telle qu'elle était, un des moyens indispensables et inévitables de notre faculté de connaître. Ce que la dialectisation nous a appris, c'est que la variante intuitive ne représente qu'une vue sommaire et schématique du monde, de notre monde. Mais, on perd la juste mesure des choses, si l'on n'ajoute pas que cette vue sommaire et schématique reste efficace et légitime au niveau de la connaissance naturelle ?

On a parfois considéré cette persistance de la notion primitive, à côté et, pour ainsi dire, en avant de la notion mieux spécifiée, comme un insoutenable paradoxe. Ce n'est un paradoxe que dans une théorie de la connaissance qui n'a pas reçu, elle-même, les retouches nécessaires. Ce n'est qu'un phénomène naturel, normal, dans une théorie cohérente de la connaissance en évolution. C'est par cette démarche que la connaissance et, particulièrement, la connaissance scientifique progresse; et il n'est pas de notre compétence de décider qu'elle ne progresse pas ainsi ou de décréter que cette façon de progresser n'est pas la façon légitime.

Ce second exemple ne fait que confirmer le premier.

Il est inutile, me semble-t-il, d'insister sur le parallélisme existant entre la dialectisation des notions de temps et d'espace de notre second exemple et celle de la notion «objet» de notre premier exemple. Le schéma donné pour l'un permet aussi de rendre compte de l'autre. Il élucide les difficultés méthodologiques, que la théorie de la relativité a soulevées, de la même façon qu'il élimine les paradoxes soulevés par l'évolution de la notion d'objet. Il met en évidence la structure d'une des plus fondamentales démarches de la connaissance.

Jusqu'ici nous avons peu insisté sur le principe de technicité. Nos deux exemples permettent cependant d'en illustrer la portée en quelques mots.

La notion d'objet n'a certainement pas évolué d'elle-même, par une évolution spontanée, de l'objet du sens commun à l'objet atomique. De même, il est bien peu probable que, laissées à elles-mêmes, les notions d'espace et de temps eussent évolué vers l'espace-temps relativiste. Dans les deux cas, le processus d'évolution

ne saurait être séparé de l'engagement des notions en question dans un savoir spécialisé ! Ce n'est pas une histoire impersonnelle qui en est la cause et le milieu, c'est l'effort des techniciens des disciplines scientifiques.

Je ne saurais mieux faire que de répéter ici ce que j'écrivais, à propos de la notion du normal et de sa dialectisation, dans *Dialectica* 3 (1947) : «L'ouverture et la spécification des concepts semblent accompagner le progrès normal de la connaissance».

L'évolution d'une notion est-elle spontanée, ne nécessitant de plus que l'expérience ordinaire et quotidienne ? Au contraire, pour l'amener à un degré supérieur de précision, il faut l'engager dans un savoir spécialisé, l'encadrer dans une technique *ad hoc*. Pour qu'une notion se précise, il faut qu'un savoir se spécialise. Pour qu'une notion évolue, il faut lui fournir le moyen technique de son évolution.

Me fera-t-on le reproche de m'attarder dans les préambules ? Il est vrai que je n'ai encore traité mon sujet que d'assez loin. Quelques-uns estimeront, peut-être, que je ne l'ai pas encore traité du tout. Mais, ne fallait-il pas montrer, au préalable, dans quelles conditions et de quelle façon il peut être traité ? Ne fallait-il pas faire voir, tout d'abord, que l'expérience de la connaissance nous forçait à le traiter comme un problème de la connaissance évolutive et que la réflexion philosophique nous obligeait à placer tout notre essai dans le cadre d'une philosophie de l'expérience ?

Ne fallait-il pas montrer, enfin, à quelles conditions une telle philosophie est possible ?

Nous savons, maintenant, que notre problème ne peut être adéquatement traité que dans le cadre et comme l'un des points fondamentaux de la théorie de la connaissance en évolution. Vais-je tenter d'en faire le tour ? Le temps dont je dispose encore pour terminer cet exposé ne me le permettrait pas. D'ailleurs, un exemple caractéristique a parfois plus de force explicative qu'une théorie générale. Je me contenterai donc de l'exemple du calcul infinitésimal.

Nous aurons à l'apercevoir sous chacun des trois aspects que nos trois termes suggèrent. Du côté de l'objet : à quelle expérience «extérieure» répond-il ? Du côté du sujet : quelle structuré de notre activité révèle-t-il ? Et comment, enfin, se présente-t-il dans sa spécificité de chose pensée, d'idée ? Comment en prendre une connaissance qui ne cède pas d'avance, presque inévitablement, à l'une ou l'autre des trois tentations que nous avons commencé par dénoncer ? L'une, nous présentant le calcul comme le langage même de la nature; l'autre, n'y découvrant que les marques d'une structure inconditionnellement nécessaire de la connaissance; la dernière, enfin, l'assimilant à une réalité préexistante d'ordre métaphysique.

Le paradoxe d'Achille et de la tortue va me permettre de donner quelques premières explications. Quelle était la difficulté de ce paradoxe; contre quel obstacle allait-il faire buter l'intelligence ? Le paradoxe ne nie pas qu'Achille puisse

rejoindre la tortue avec facilité; il ne nie pas ce que l'évidence la moins contestable met hors de doute. La difficulté provient de la conception même que l'on se faisait du mouvement des deux concurrents. Notre intuition nous les présente se déplaçant l'un et l'autre d'un mouvement continu. La réflexion s'interposant, c'est là qu'avait surgi l'obstacle. La réflexion nous montre Achille ayant déjà gagné la moitié de la distance qui le sépare de sa lente compétitrice, puis la moitié de cette moitié, puis encore la moitié de ce quart et ainsi de suite, indéfiniment... La réflexion s'arrête alors, déconcertée, découragée. Achille, dit-elle, aura une infinité d'étapes à franchir avant de gagner la course. Or, l'infini ne peut pas être épuisé; il est dans la nature de l'infini de ne pas pouvoir être épuisé. Achille ne rejoindra donc jamais la tortue.

L'expérience dit oui ! La réflexion dit non ! Voilà le paradoxe ! Il touche la fonction même de l'esprit, le rôle même de l'idée. Par l'intermédiaire de l'intuition du mouvement continu, un certain élément d'expérience entre en jeu; l'esprit, d'autre part, cherche à faire valoir une certaine exigence d'intelligibilité. Ce moment expérimental et cette exigence théorique tendent à se rencontrer dans un arbitrage qui les satisfasse tous les deux. C'est un paradoxe dont l'arbitrage fait éclater (ou du moins croit faire éclater) l'échec. Cet échec, d'ailleurs, ne tient pas à la nature inconciliable des exigences en présence, mais à ce que M. Bachelard appelle un «obstacle épistémologique». L'infini ne pouvait être alors conçu sans réserve que comme inépuisable. Le paradoxe tient tout entier dans cette conception de l'infini.

Faisons maintenant un bond de quelque deux mille ans, jusqu'au moment où l'analyse infinitésimale fut fondée à nouveau par Cauchy. Jusque là, les fondements de l'analyse mathématique étaient restés assez obscurs. L'introduction et l'emploi judicieux d'une seule notion, de la notion de limite, en fit un édifice cohérent dans toutes ses parties.

Comment une limite, comment la limite d'une suite infinie de nombres (dont le terme général est  $a_n$ ) nous est-elle donnée ? C'est un nombre tel que sa différence avec  $a$  soit arbitrairement petite, pourvu que l'indice  $n$  soit lui-même suffisamment grand. J'ai pris l'habitude de souligner, dans cette définition, l'élément qui relève du sujet, de sa liberté de choix. «Arbitrairement petit» veut dire «aussi petit que l'on veut». La définition exige un sujet capable d'une série de choix libres, d'une série indéfiniment prolongée de choix faits à volonté. En face de l'arbitrairement petit (de  $\epsilon$ ), la définition fait état d'un  $n$  convenablement grand. Ici encore, c'est visiblement la personne, le sujet qui a la charge de juger et de décider de cet  $n$ . Ce que j'ai pris l'habitude d'appeler la «dialectique des  $n$  et des  $\epsilon$ » commence par un jeu dialogué entre l'«arbitraire» et le «suffisant», deux catégories du sujet. C'est le sujet qui dit : je veux, je choisis, je décide... Mais l'activité de ce sujet porte sur des «grandeurs». L'idée de grandeur fait, elle, allusion à l'expérience (surtout si elle reste liée à la représentation habituelle de distance ou de longueur sur une ligne droite). Ainsi, la conception même de la limite comporte un certain arbitrage, une certaine forme d'arbitrage entre des exigences venues de l'objet et les libertés

élémentaires du sujet.

Ainsi, le calcul infinitésimal ne se place pas dans une perspective de validité absolue, de vérité inconditionnelle. Tout au contraire, le calcul infinitésimal assume un rôle d'arbitre entre l'externe et l'interne; il donne sa forme à une modalité de cet arbitrage, il en fournit le moyen.

Mais cette première constatation ne suffit pas encore. Il faut encore porter l'analyse plus loin, plus profondément. Nous venons de le dire : le calcul infinitésimal est un organisme mental dont la fonction est d'établir un certain rapport entre un sujet, une personne, une conscience, et un monde extérieur. Dans ce rôle, nous l'appellerons (le mot est commode, il se justifiera tout à l'heure) : une dialectique du continu. Posons-nous maintenant la question suivante : cette dialectique du continu serait-elle, lorsqu'elle regarde vers le monde extérieur, la réalité même de ce monde ? Est-elle la forme sous laquelle cette réalité doit nécessairement être portée au sujet ? Cet appareil mathématique saisit-il adéquatement et parfaitement une réalité qui serait là, d'elle-même, toute prête à être ainsi saisie et comprise ? La réponse qui fait autorité sur ce point est celle du physicien. «L'idée d'un continu physique, dit-il, n'est qu'une idée sommairement juste et dont la validité ne dépasse pas un certain degré d'approximation». En d'autres termes, le continu mathématique du calcul infinitésimal ne représente qu'une certaine «vision» de ce que nous ne pouvons faire autrement que d'appeler le réel. La dialectique du continu n'est donc pas adaptée inconditionnellement à ce que nous aurions tendance à nommer «la réalité physique». Mais, est-elle peut-être inconditionnellement et parfaitement adaptée à la nature du sujet, à ce qu'on aurait tendance à nommer la structure même de la conscience ? À cette seconde question, les mathématiques intuitionnistes apportent une réponse également péremptoire : leur existence même est preuve du contraire. Elles prennent, vis-à-vis de l'infini et du continu, une autre position que l'analyse classique. Par là même, elles démontrent que, du côté de l'intime, le rapport de la conscience à la dialectique de l'infini ne trouve pas dans l'analyse infinitésimale son expression nécessaire et traditionnelle.

Et c'est maintenant seulement qu'apparaît le rôle inimitable, le rôle irremplaçable, le rôle absolument *sui generis* de l'instrument mathématique. Celui-ci est à la fois forme et moyen, la forme et le moyen d'un certain rapport du sujet (dont la conscience est elle-même en évolution) à un objet dont on ne sait pas d'avance jusqu'à quel point la connaissance le saisit et l'exprime. Les mathématiques introduisent et réalisent un dialogue arbitré entre une conscience en devenir et une connaissance en état de constitution. C'est ce dialogue que nous estimons utile et juste d'appeler une dialectique. En un mot, le calcul infinitésimal est un exemple saisissant de dialectique : une forme et un ensemble organisé de moyens pour que le réel devienne, dans notre esprit, ce qu'il est peut-être aussi juste d'appeler : un horizon de réalité.

Lorsqu'on s'arrête à cette façon de concevoir les mathématiques, il est clair que



l'exigence de révisibilité est inséparable de la doctrine ainsi dégagée, qu'elle y est intégrée. Ce que les mathématiques nous donnent (tournées p. ex. vers le monde physique), ce n'est pas la réalité de ce monde, ce n'est pas non plus une vision dernière et *ne varietur* de ce monde. Un arbitrage dialectique, qui est et reste efficace à un certain niveau de connaissance, peut cesser de l'être à un autre niveau. Ayant pratiqué une dialectique comme forme de son engagement dans le réel, l'esprit humain est capable de reprendre, de réviser son engagement dans le réel; l'esprit humain est capable de substituer à une dialectique une autre dialectique qui l'engage mieux et plus loin. C'est ainsi que derrière la dialectique du continu, il y a la dialectique quantique.

Ainsi se révèle, par delà une première et fallacieuse apparence inconditionnelle, l'un des caractères les plus imprévus et les plus profonds des mathématiques : d'engendrer à la fois les formes et les moyens de la connaissance en évolution, de fournir les modèles de la connaissance dialectique.

Qu'il me soit permis, pour conclure, de revenir sur une des exigences formulées par le R.P. Dubarle. Il faut, disait-il, concilier l'empirisme et l'idéalisme. Ce que je viens d'exposer ne fournit-il pas une réponse toute simple à cette exigence ? La forme même de cette conciliation n'est-elle pas réalisée par la dialectique, au sens que nous venons d'expliquer ? Les mathématiques ne sont-elles pas l'endroit privilégié de cette conciliation ?

---