L’INÉGALITÉ DE BELL : DÉMONSTRATION INTUITIVE ET COMMENTAIRES*

F. BONSACK

Résumé

Est présentée une démonstration élémentaire et intuitive de l’inégalité de Bell, démonstration accessible aux non-spécialistes et en particulier aux philosophes. Cette inégalité, dont les prémisses sont dégagées, est valable pour toutes les théories à variables cachées locales. Or, la mécanique quantique la viole. Les conséquences qu’on peut tirer de cette violation sont envisagées.

Summary

An elementary and intuitive demonstration of Bell’s inequality is given that should be accessible to non-specialists, including philosophers. This inequality, the premises of which are made prominent, holds for all theories with local hidden variables. It does not hold for quantum mechanics, however, and the possible consequences of this are considered.

Zusammenfassung

Es wird ein elementarer, intuitiver Beweis von Bell’s Ungleichung vorgelegt, der dem Nicht-Spezialisten — unter anderem Philosophen — zugänglich sein sollte. Diese Ungleichung, deren Voraussetzungen klargestellt werden, ist für alle Theorien mit lokalen verborgenen Parametern gültig. Die Quantenmechanik verletzt sie aber. Folgerungen, die man aus dieser Verletzung ziehen kann, werden angeführt.

1. *Introduction*

L’inégalité de Bell a très naturellement occupé, dans le symposium écrit *Indéterminisme quantique et variables cachées*, une place centrale. On pourrait même dire que ce débat a été lancé dans le but de la discuter — ou du moins que c’est parce qu’elle avait relancé le débat que nous avons pris l’initiative de consacrer un symposium écrit à ce sujet.

Cette inégalité — et surtout le fait qu’elle soit violée non seulement par la mécanique quantique, mais par les résultats des expériences — nous oblige à réviser assez profondément notre conception de l’espace-temps, ou du moins de la relation entre le cadre spatio-temporel et la causalité. Elle a donc une portée philosophique certaine.

C’est pourquoi il m’a semblé utile d’en donner une démonstration — et un commentaire — très élémentaires ne faisant appel qu’à une arithmétique rudimentaire (il suffit de savoir compter en nombres entiers de −4 à +4 !).

* Article publié dans *Dialectica* Vol. **39**, N° 2 (1985), p. 111-125.

Une telle démonstration me paraît opportune :
- parce qu'elle est accessible aux philosophes, qui peuvent donc se rendre compte de façon concrète de quoi il s'agit, et comme ce sujet les concerne aussi...
- parce que cette inégalité a donné lieu à des discussions et à des contestations sur le plan épistémologique; il est donc important d'en dégager clairement les présupposés et plus une démonstration est directe et transparente, moins on se perd dans les détails techniques et mieux les articulations importantes ressortent;
- enfin je ne trouve pas très satisfaisantes les explications proposées jusqu'ici. Certains (A. Shimony) renoncent tout simplement à expliquer; l'apologue de B. d'Espagnat, dans *À la recherche du réel* commence bien avec les femmes fumeuses de plus de 40 ans, mais devient difficile à suivre lorsqu'il passe aux étudiants reçus en latin, en grec ou en chinois. Quant à la démonstration de Bell qu'on trouvera dans ce numéro, elle fait tout de même appel à un formalisme mathématique plus spécialisé et les notations ne sont pas toujours très éclairantes. Une nouvelle tentative d'explication ne me semble donc pas superflue. Ceci d'autant plus que ces inégalités paraissent souvent arbitraires : on ne comprend pas comment on a été conduit à elles, pourquoi on inverse l'un des quatre signes, etc.

2. *Cadre général*

1. La première idée, c'est d'utiliser des paires de sous-systèmes dont les états sont liés. Ceci parce qu'en microphysique, on admet que toute mesure perturbe le système mesuré. Bohr en a même fait un «postulat quantique».

L'avantage d'opérer avec des paires de systèmes liés par leur passé commun, mais qui semblent actuellement indépendants, c'est qu'on peut apprendre quelque chose sur un système sans le mesurer et donc sans le perturber, simplement en la déduisant de ce qu'on a mesuré sur l'autre, par application de certaines lois de conservation valables pour l'ensemble. Par exemple, si l'on est sûr qu'il n'y a qu'une seule particule, si on la trouve dans l'un des sous-systèmes (A), on sait qu'elle n'est pas dans l'autre (B), et ceci sans avoir fait de mesures sur B.

Mais ce type de raisonnement, qui était celui d'Einstein-Podolski-Rosen, manque de base expérimentale : comment prouver que ce qu'on sait sur un système est juste si on ne mesure pas ? Et si on mesure sur A et sur B, on perturbe les deux et on détruit l'argument.

On passe donc à un autre type d'expérience : on mesure A et B, mais on exclut que le type de mesure qu'on fait sur A (et donc le type de perturbation qu'on peut exercer sur lui) ait une influence sur le résultat qu'on obtient en B. Les hypothèses — très naturelles — qu'on fait, c'est donc :
a) que le type de mesure (et le type de perturbation consécutive à cette mesure) sur A et sur B n'ont pas d'influence sur l'état dans lequel se trouvent les systèmes *avant* qu'ils ne parviennent en A et en B;
b) que le type de mesure qu'on fait sur A n'a pas d'influence sur le résultat en B.

Autrement dit, qu'on obtiendrait le même résultat en B, qu'on fasse en A une mesure a ou une mesure a', et de même qu'on obtiendrait le même résultat en A, qu'on fasse en B une mesure b ou une mesure b'. On admet donc qu'une mesure en A puisse perturber le système en A, mais non qu'il puisse perturber le système en B; ce postulat est à la base de tous les raisonnements utilisant des sous-systèmes A et B liés par leur passé commun, mais actuellement indépendants.

2. La seconde idée, c'est qu'il faut s'arranger pour ne devoir faire qu'une seule expérience sur chaque système. Étant donné qu'on perturbe l'état d'un système en le mesurant, on ne peut pas faire, sur un système déjà soumis à une première mesure a, une seconde mesure a' en admettant que le résultat obtenu sera le même que si on avait fait d'emblée la mesure a'.

Pour satisfaire cette exigence, l'astuce consistera à prendre plusieurs séries de couples de systèmes préparés de la même manière, (qui donnent effectivement — on peut le vérifier — des résultats distribués de la même manière si on fait sur eux le même couple de mesures), et de faire sur chacune des séries un couple différent de mesures; on verra alors ce qu'on peut dire sur les résultats dans chacune des séries. Pour pouvoir en tirer quelque chose, il faudra évidemment prendre les mêmes mesures (a et a' en A, b et b' en B), mais les coupler différemment : (a, b), (a, b'), (a', b) et (a', b').

Pour soutenir l'intuition et pour montrer combien l'inégalité proposée est générale, je prendrai d'abord un exemple tout à fait macroscopique, du même genre que celui des femmes fumeuses de B. d'Espagnat.

3. *Démonstration*

Soit une population où certains ont une auto, d'autres non, certains ont un vélo, d'autres non. Ces catégories peuvent se chevaucher, ce qui divise la population en quatre catégories (le texte barré indique la négation : ~~vélo~~ signifie 'n'a pas de vélo') :

(auto, vélo)   (auto, ~~vélo~~)   (~~auto~~, vélo)   (~~auto~~, ~~vélo~~)

Groupons cette population par couples (A, B). Il y aura donc maintenant 16 catégories de couples :

		A auto		A ~~auto~~	
		vélo	~~vélo~~	vélo	~~vélo~~
B auto	vélo				
	~~vélo~~			×	
B ~~auto~~	vélo				
	~~vélo~~				

Par exemple, dans la catégorie marquée d'une croix, A n'a pas d'auto, mais un vélo, tandis que B a une auto, mais pas de vélo.

À ces couples, on peut poser des couples de questions (l'une à A, l'autre à B), les questions étant soit «Avez-vous une auto ?» (question auto), soit «Avez-vous un vélo ?» (question vélo).

Il y a donc 4 couples de questions possibles :

		Question	
		à A	à B
paire de questions	1	(auto,	auto)
	2	(auto,	vélo)
	3	(vélo,	auto)
	4	(vélo,	vélo)

Si A et B font à la question qui leur est posée (et qui n'est pas forcément la même) la même réponse, on dira que la coïncidence est +1. S'ils font une réponse différente, on dira que la coïncidence est −1. Par exemple, si A et B ont tous deux une auto et un vélo, la coïncidence sera toujours positive, quelle que soit la paire de question posée. Au contraire, si A a une auto et un vélo et si B n'a ni l'un ni l'autre, la coïncidence sera toujours négative.

Il y a donc quatre choses qu'il faut éviter de confondre :

- des couples de personnes (A, B);
- des paires de questions, par exemple (auto, vélo);
- des paires de réponses, obtenues quand on a posé une paire de questions à un couple de personnes. Exemple :

(oui, oui)

- des coïncidences entre les deux réponses d'une telle paire, par exemple :

C (auto, vélo) = +1

si, ayant posé la paire de questions (auto, vélo) à un couple de personnes (A, B), on a obtenu l'une des paires de réponses (oui, oui) ou (non, non).

Remarque. Puisqu'on ne s'intéresse qu'aux coïncidences entre les réponses, sans se demander si c'est ou non à la même question que les deux membres du couple ont répondu, on ne changerait absolument rien au raisonnement si, au lieu de poser aux B le même jeu de questions (auto ou vélo) qu'on pose aux A, on leur posait un autre jeu de questions (p.ex. bateau ou moto). Cela ne changerait que la dénomination des lignes et des paires de questions.

Considérons, pour chacune des 16 catégories, les coïncidences C_1, C_2, C_3, C_4, des réponses de A et de B aux couples de questions, 1, 2, 3, 4 (mises les unes à la suite des autres dans la case correspondant à la catégorie, '+' = '+1') :

		A auto		A ~~auto~~	
		vélo	~~vélo~~	vélo	~~vélo~~
B auto	vélo	+ + + +	+ + − −	− − + +	− − − −
	~~vélo~~	+ − + −	+ − − +	− + + −	− + − +
B ~~auto~~	vélo	− + − +	− + + −	+ − − +	+ − + −
	~~vélo~~	− − − −	− − + +	+ + − −	+ + + +

Additionnons les coïncidences des 4 paires de questions pour les 16 catégories :

4	0	0	−4
0	0	0	0
0	0	0	0
−4	0	0	0

Cette sommation ne permet d'écrire aucune inégalité intéressante, puisque les sommes varient entre, +4 et −4, ce qu'on savait déjà d'avance (si l'on additionne 4 termes de valeur absolue 1 chacun, on obtiendra au plus + 4 et au moins −4).

Par contre, si l'on inverse les signes pour *l'une* des 4 questions, on change de 2 la valeur de la somme (car on passe de +1 à −1 ou vice-versa); par conséquent, les +4 deviendront +2 (l'un des 4 signes + est changé en −) les 0 deviendront ±2, et les −4 deviendront −2. Si, par exemple, on change le signe de la coïncidence pour la dernière question, on obtient :

+2	+2	−2	−2
+2	−2	+2	−2
−2	+2	−2	+2
−2	−2	+2	+2

et, cette fois, la conclusion, et plus forte : pour n'importe laquelle des 16 catégories,

$$C_1 + C_2 + C_3 - C_4 = \pm 2. \qquad [1]$$

En annexe, une autre démonstration de cette équation montre plus clairement comment elle découle naturellement des liaisons, imposées par la localité, entre les réponses aux différentes paires de questions.

4. *Passage des couples individuels à des populations semblables de couples*

Il faut maintenant tenir compte du fait qu'on ne peut pas poser les 4 paires de questions au *même* couple, qu'on n'a le droit de poser qu'une seule paire de questions à chaque couple.

Première remarque : l'identité ci-dessus restera valable si, au lieu de poser les 4 paires de questions au même couple, on prend 4 couples appartenant à la même des 16 catégories et on en pose une à chacun. Mais cela ne nous avance pas beaucoup, parce que nous ne pouvons pas savoir, sans poser de questions, à quelle catégorie appartient un couple. La répartition des couples selon les catégories nous est *cachée*.

Deuxième remarque : supposons que nous ayons 4 populations ayant une répartition en les 16 catégories inconnue pour nous, mais telle qu'il y ait, dans chacune des 4 populations, exactement la même distribution en n_1 ... couples de la catégorie 1, n_2 couples de la catégorie 2, etc. jusqu'à n_{16} couples de la catégorie 16. Ces nombres n_1 ... n_{16} peuvent être quelconques, certains peuvent même être nuls, et leur somme donne n, le nombre de couples dans chacune des 4 populations.

Quelle inégalité pourra-t-on écrire pour les combinaisons des coïncidences $S_1 + S_2 + S_3 - S_4$ dans les 4 populations, si l'on a posé à la population P_1 la paire 1 de questions, à la population P_2 la paire 2 de questions etc. ? Très naturellement :

$$\frac{1}{n} \mid S_1 + S_2 + S_3 - S_4 \mid \leq 2 \qquad [2]$$

Car cette somme peut être réorganisée et groupée par catégories (au lieu d'être groupée selon les paires de questions) :

$$S_1 + S_2 + S_3 - S_4 = s_1 + s_2 + ... + s_{16} \qquad [3]$$

et dans chacune de ces s_i, on peut regrouper les couples (qui appartiennent tous à la même catégorie, mais auxquels on a posé des paires différentes de questions) en n_i quadruplets de couples dont le premier a répondu à la paire 1 de questions, le second à la paire 2 etc. Comme, pour chacun de ces quadruplets, la somme $C_1 + C_2 + C_3 - C_4$ vaut, selon les catégories, +2 ou −2, on aura :

$$s_1 = n_1 \cdot (+2),\ s_2 = n_2 \cdot (+2),\ s_3 = n_3 \cdot (-2),\ ...\ s_{16} = n_{16} \cdot (+2)$$

donc

$$S_1 + S_2 + S_3 - S_4 = 2 \cdot (+ n_1 + n_2 - n_3 ... \pm n_i ... + n_{16}) \qquad [4]$$

Or la parenthèse ne vaudrait n (en valeur absolue) que si tous les signes étaient les mêmes; si par contre sont représentées des catégories de signes contraires, leurs effectifs se soustrairont et la parenthèse sera (en valeur absolue) plus petite que n. On aura donc bien :

$$\mid S_1 + S_2 + S_3 - S_4 \mid \leq 2n \qquad [5]$$

ce qui conduit immédiatement à [2].

On remarquera qu'on n'a fait aucune hypothèse sur la distribution des couples entre les 16 catégories, et donc que l'inégalité est valable pour toute distribution.

Troisième remarque : si la distribution des *probabilités* p_1 ... p_{16}, pour les couples,

d'appartenir aux catégories 1 à 16 est la même dans les 4 populations, cela ne signifie pas qu'il y aura dans chacune des 4, exactement $n_1 = p_1 n$, $n_2 = p_2 n$ etc. couples de chaque catégorie. La loi des grands nombres dit seulement que la probabilité pour que l'écart $|n_1/n - p_1|$ dépasse une certaine valeur décroît avec n.

On peut donc déterminer, pour un n donné, la valeur de ε telle que, avec une probabilité proche de 1 (p.ex. 0.95), l'inégalité :

$$\frac{1}{n} \mid S_1 + S_2 + S_3 - S_4 \mid \leq 2 + \varepsilon \qquad [6]$$

soit satisfaite. Et c'est l'une des inégalités de Bell-Clauser-Horne-Shimony-Holt.

5. *Retour à la physique*

Chacun sait que les atomes ont différents niveaux d'énergie et qu'ils émettent un quantum de lumière (un photon) lorsqu'ils passent d'un niveau à un autre. Pour certains atomes, il existe des groupes de 3 niveaux avec un niveau intermédiaire très instable de telle sorte que l'atome passe du niveau 3 au niveau 2, puis immédiatement au niveau 1, en émettant donc quasi simultanément deux photons. En vertu de principes de conservation, les photons sont émis en direction opposée et leurs polarisations sont liées. On se trouve donc dans une situation où l'on peut prédire des corrélations si l'on fait une mesure en A et une en B.

Ici, les couples (A, B) sont donc des couples de photons. Le type de question qu'on pose au photon, c'est le type de mesure qu'on fait sur lui : par exemple l'orientation de l'analyseur à travers lequel on le fait passer. La réponse qu'il donne à cette question, c'est «oui» si le photon est détecté derrière l'analyseur de polarisation, «non» si le photon est détecté à un endroit où il a été dévié par l'analyseur (si l'on utilise un analyseur à deux voies).

6. *Les présupposés*

Les hypothèses qu'on fait (les prémisses dont on part) pour démontrer l'inégalité sont les suivantes :

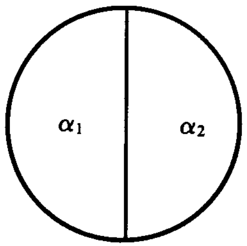
- On admet, comme on l'a déjà indiqué au début, que le système qui produit (qui prépare) les paires de photons n'est pas influencé par la mesure qu'on fait ultérieurement sur eux, et donc que la répartition des photons entre leurs différents états antérieurs à la mesure, c'est-à-dire lorsqu'il n'ont pas encore atteint l'ensemble analyseur-détecteur (qui représente l'appareil de mesure) n'est pas influencée par le choix de la mesure qu'on fera. Bien sûr, au cours de la mesure, et en particulier après l'analyseur, l'état du photon dépendra de la mesure choisie, mais on ne raisonne pas sur les états après l'analyseur, on raisonne sur les états avant l'analyseur (les états-*ante*, pour parler comme D. Canals-Frau).

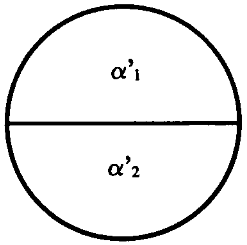
- On admet que le résultat de la mesure est une fonction :
  - de l'état-*ante* du photon et de l'onde qui lui est associée;
  - du type de mesure qu'on fait sur lui.

(Pour ne pas compliquer, on ne tient pas compte ici d'un éventuel indéterminisme d'évolution où un même état-*ante* pourrait alors donner, avec une certaine distribution de probabilités, différents résultats pour la même mesure. Mais l'inégalité peut aussi être démontrée en admettant un certain indéterminisme. Voir l'article de Bell dans ce numéro).

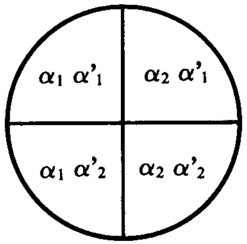
Si les états-*ante* des photons déterminent les résultats de mesure, on peut classer les photons en fonction du résultat que chacun donnerait si l'on faisait sur lui la mesure. Tant qu'on ne fait pas la mesure, cette répartition est cachée, mais on peut supposer qu'elle existe, que chaque photon a, en fonction de son état, une disposition bien précise à donner tel résultat si l'on fait sur lui la mesure *a*.

Si, sur la même population de photons, je fais une autre mesure *a′*, incompatible avec *a* (telle que je ne puisse pas faire simultanément les mesures *a* et *a′*), je peux aussi, par la pensée, répartir les états-*ante* de photons selon le résultat qu'ils donneraient si l'on faisait sur eux la mesure *a′*. Par exemple, si la mesure *a* peut donner les résultats α_1 et α_2 , la mesure *a′* les résultats α'_1 et α'_2, je peux classer les mêmes états-*ante* (puisqu'on admet qu'ils sont encore indépendants de la mesure qu'on fera) selon les résultats qu'ils donneraient en cas de mesure *a*, et selon ceux qu'ils donneraient en cas de mesure *a′*.





Rien ne m'empêche ensuite de superposer ces partitions :



La catégorie (α_2 α'_1) ne contient pas des états tels que j'obtiendrai les résultats

α_2 et α'_1 si je fais les mesures *a* et *a′*, mais tels que *j'obtiendrais* le résultat α_2 *si* je faisais sur eux la mesure *a* et le résultat α'_1 *si* je faisais la mesure *a′*. De la même manière qu'on admettait, dans l'exemple de tout à l'heure, que tout individu avait ou n'avait pas de vélo ou d'auto et que cet «état de propriété» constituait une disposition à donner telle réponse à la question 'auto' ou 'vélo', que cette question lui soit ou non posée.

C'est peut-être une hypothèse illégitime de supposer que tout photon se trouve dans un état donné et que cet état constitue une disposition (déterministe ou statistique) à donner tel(s) résultat(s) si l'on fait sur lui tel type de mesure. Mais c'est une hypothèse que le réaliste fait : il admet par exemple que tel morceau de sucre a une disposition à se dissoudre dans l'eau, qu'on en fasse ou non l'expérience. Et c'est cette hypothèse que nous voulons faire, pour voir où elle nous mène.

7. *Prévisions contraires de la mécanique quantique*

Partant de ces présupposés extrêmement généraux et extrêmement naturels, on démontre donc que cette combinaison de sommes de coïncidences est, en valeur absolue, inférieure ou égale à 2.

Or, on peut calculer, selon la mécanique quantique, la probabilité de détection simultanée des deux photons d'une même paire en fonction de l'orientation donnée aux analyseurs (la probabilité pour qu'ils passent tous deux à travers l'analyseur).

Première surprise : cette probabilité de détection dépend de l'angle que font entre eux les analyseurs. Ce qui est très déroutant.

Car on s'attendrait, si la mécanique quantique était locale comme l'est la mécanique classique, que la probabilité p_A de détection en A ne dépende que de l'angle de l'analyseur en A, que la probabilité p_B de détection en B ne dépende que de l'angle de l'analyseur en B, et que la coïncidence des détections en A et en B soit le produit de la probabilité en A par la probabilité en B, dont on pense qu'elles doivent forcément être indépendantes, puisque A et B sont localement séparés (oir rectification p. 14).

Appelons 'locale' une variable dont la valeur peut se déterminer en regardant uniquement ce qui se passe en A (ou uniquement ce qui se passe en B) et 'non locale' une variable dont la valeur ne peut se déterminer que si l'on peut voir à la fois ce qui se passe en A et en B. Par exemple, l'orientation de l'analyseur en A est une variable locale, de même que le passage ou le non-passage d'un photon à travers l'analyseur en A, ou la probabilité de ce passage. Par contre, l'angle entre les analyseurs en A et en B est une variable non locale, parce qu'on ne peut la déterminer qu'en regardant A et B et en comparant les orientations en A et en B. De même la «coïncidence de détection» ou la probabilité de cette coïncidence sont des variables non locales : on ne peut pas déterminer s'il y a coïncidence en ne regardant que d'un côté.

Classiquement, on considère les variables locales comme primaires, et les variables non locales comme dérivées des variables locales, en ce sens que lorsqu'on dispose des variables locales, on peut, par un algorithme bien déterminé, calculer les variables non locales. Par exemple, lorsqu'on connaît l'orientation locale de chacun des deux analyseurs, on peut calculer l'angle qu'ils font entre eux par une soustraction de leurs angles d'orientation. On supposait donc un principe qu'on tenait pour tellement évident qu'on n'avait pas cru nécessaire de l'énoncer :

> Lorsque deux sous-systèmes A et B sont localement séparés et sans couplage physique actuel, une variable non locale (concernant A + B) ne peut dépendre d'une variable non locale que par l'intermédiaire de variables locales (ne concernant que A ou que B) qui dépendent chacune de variables locales correspondantes.

Or ici, selon la mécanique quantique, ce n'est pas du tout ce qu'on constate : la variable non locale 'probabilité de détection simultanée' dépend *directement* de la variable non locale 'angle entre les orientations des analyseurs', et ceci sans qu'il soit nécessaire ni même possible de ramener cette dépendance directe à une dépendance indirecte, passant par des dépendances locales.

Étant donnée cette première surprise, on s'attend un peu à la seconde : il existe des angles a, a', b, b' d'orientation des analyseurs en A et en B tels que l'inégalité de Bell-Clauser-Holt-Horne-Shimony ne soit pas satisfaite. Par exemple, si l'on prend $a = 0°$, $b = 22½°$, $a' = 45°$, $b' = 67½°$, le calcul selon la mécanique quantique donne, pour la combinaison des sommes des coïncidences, $2\sqrt{2} = 2.828$, ce qui est bien évidemment plus grand que 2. Et l'expérience a donné elle aussi des valeurs dépassant très nettement 2 (2.70 ± 0.015 dans une expérience d'Aspect avec des analyseurs à deux voies, où la mécanique quantique prévoyait 2.70).

8. *Signification de la non-localité*

Conclusion : la mécanique quantique n'est pas locale et, puisque l'expérience confirme ses prédictions, la nature elle-même n'est quelquefois pas locale.

Oui, mais c'est peut-être un peu court. Que signifie cette non-localité de la nature ?

C'était une méthode universellement admise de scinder une totalité en parties, en éléments, d'étudier d'abord le comportement de ces éléments isolés, puis les interactions de ces éléments entre eux et de reconstruire ensuite, à l'aide de ces éléments et de leurs interactions, la totalité dont on était parti. Par exemple en physiologie, on étudie les organes, les tissus et les substances organiques séparément, on établit leurs propriétés, leur comportement dans diverses circonstances, leur réponse à divers stimuli. Puis on essaye de refaire la synthèse, de comprendre, en fonction de ses capacités individuelles, comment chaque organe joue son rôle dans le tout, comment tel élément stimule ou inhibe tel autre, quel réseau de signaux assure la coordination du tout et l'adaptation des parties entre elles. Ou encore en mécanique, on reconstitue le comportement d'un corps à partir du comportement de points matériels qui le constitueraient et des interactions entre ces points matériels.

Or tous ces éléments en lesquels on décompose la totalité sont locaux, ils sont extérieurs les uns aux autres et interagissent les uns avec les autres par l'intermédiaire de champs, de forces, etc., ces interactions se propageant de proche en proche à une vitesse inférieure ou au plus égale à celle de la lumière.

On peut donc conclure que la non-localité signifie qu'il y a des totalités non décomposables en leurs éléments locaux et non reconstructibles à partir de ceux-ci (même en tenant compte des interactions qu'ils ont entre eux). Un système dont deux parties A et B, sont situées en des endroits qui peuvent être distants de plusieurs mètres répond à une mesure comme une totalité non décomposable en deux parties A et B. En quelque sorte, les coordonnées de lieu n'interviennent pas dans le phénomène, ce ne sont pas des variables pertinentes, le phénomène n'en dépend pas. C'est, à mon sentiment, la conclusion la plus naturelle et la plus satisfaisante.

Mais on peut aussi — ce qui est tout différent — maintenir que le système est décomposable en deux parties A et B, qu'il existe cependant entre elles des interactions dont on ignore la nature et qui «informent» par exemple B de la position de l'analyseur en A et permettent à B, avec ces éléments venant de A et de lui-même, de reproduire les résultats qu'on constate.

Il est inutile de relever combien, en l'absence de toute hypothèse plausible sur ces signaux, sur leur support, sur la manière dont ils seraient émis, dont ils se propageraient et dont ils influenceraient le résultat à l'arrivée, cette idée apparaît artificielle. (Bohm et Vigier ont suggéré la propagation superluminale d'un potentiel quantique dans un vide de Dirac.)

9. *Contestation des présupposés*

Une autre échappatoire consiste à contester les présupposés du raisonnement de Bell. Et on peut faire porter cette contestation sur des points différents.

a) On peut contester le postulat (réaliste) selon laquelle il est possible d'attribuer à un microsystème, en fonction de son état, une disposition (déterministe ou statistique) à fournir un (des) résultat(s) donné(s) lorsqu'on fait sur lui telle mesure.

b) On peut contester le postulat que l'état du système, au sortir du préparateur et avant qu'il ait atteint les dispositifs de mesure, soit indépendant de la mesure qu'on fait en A et en B. On peut admettre, avec O. Costa de Beauregard, que l'état du système en B, lorsqu'il a atteint l'analyseur, provoque, en remontant le temps, un «réarrangement» de l'état où A et B étaient encore au même endroit, réarrangement qui introduit, pour A, une dépendance de ce qu'on mesure en B.

ad a) Il est difficilement soutenable que les paires de photons, au sortir du préparateur aient, à fournir un résultat donné en A, une disposition qui ne dépend

pas de ce qu'on mesure en B, puisque sinon elles satisferaient à l'inégalité de Bell — or elles n'y satisfont pas. Mais, si l'on sacrifie la localité, on peut toujours admettre que *la paire de photons* a une disposition à fournir *une paire de résultats* donnés lorsqu'on fait sur elle *une paire de mesures*. Ce genre de «disposition couplée» n'est pas écarté (B. d'Espagnat).
ad b) Je laisserai à O. Costa de Beauregard le soin de défendre sa théorie. Pour ma part j'ai, vis-à-vis de ces signaux qui remonteraient le temps, venant réajuster leur propre cause, les mêmes réticences que vis-à-vis de signaux qui viendraient informer B de ce qu'on mesure an A. Je parlerais plus volontiers d'une solidarité «extra-temporelle» analogue à la solidarité «extra-spatiale» que représente la non-localité.

10. *Remarques finales*

Je concluerai par deux remarques un peu plus générales.

La première, c'est que la violation de l'inégalité de Bell ne manifeste pas un indéterminisme, mais bien plutôt une surdétermination. On avait beaucoup insisté, au début de la mécanique quantique, sur son indéterminisme : c'était surtout par ce caractère qu'elle se distinguait de la physique classique. Or ici, ce qui apparaît, c'est plutôt une *liaison* non classique entre A et B, liaison qui serait atténuée ou détruite par un bruit, une perturbation aléatoire.

La seconde, c'est que les inégalités de Bell ont eu et auront, sur la discussion à propos de l'interprétation de la mécanique quantique, un effet qui me paraît extrêmement positif : elles ont replacé le débat sur un plan objectif. M. Paty a reproché à l'École de Copenhague d'avoir «occulté la nature physique de la question posée par une prise de position philosophique sur la nature de la connaissance». Il y avait déjà, en effet, dans l'interprétation «orthodoxe», une inséparabilité, mais elle se situait entre l'objet et le sujet, ou du moins entre l'objet et le dispositif qui le mesure, qui permet d'acquérir des informations sur son état. Elle était cependant locale, et on l'attribuait à la perturbation incontrôlable, par l'appareil de mesure, du système observé.

Avec Bell, la non-séparabilité entre l'objet et le sujet a été remplacée par une inséparabilité entre deux objets, ce qui écarte toute explication par une perturbation locale due à l'appareil de mesure et évite à la discussion d'être obscurcie par des considérations d'ordre épistémologique. Le mélange science-philosophie caractéristique de l'interprétation de Copenhague trouve donc ici une occasion de se décanter (l'expression est encore de M. Paty) : on peut espérer que la problématique philosophique pourra être clairement séparée de la problématique proprement physique.

Annexe : *Démonstration directe de l'équation* [1]

Considérons les 4 paires de questions.

Dans les deux premières, on pose à A la même question. D'après nos hypothèses, il donnera donc la même réponse. De même pour les deux dernières.

Le problème qu'on peut maintenant se poser, c'est : la coïncidence entre les réponses va-t-elle s'inverser ou non lorsqu'on passe de la paire de questions 1 à la paire 2 (ou de la paire 3 à la paire 4) ?

Pas du fait de la réponse A, puisqu'on lui pose la même question. Quant à B, on lui pose des questions différentes; il dépendra donc de la catégorie à laquelle appartient le couple (A, B) que B fasse ou non la même réponse.

On voit qu'on peut diviser les 16 catégories de couples en 2 grandes classes : d'une part les catégories M (= même) où B fera la même réponse, qu'on lui pose la paire de question 1 ou 2 (ou la paire 3 ou 4), celles où il a à la fois une auto et un vélo, ou celles où il n'a ni l'un ni l'autre; d'autre part les catégories D (= différent) où B fera une réponse différente selon qu'on lui pose la paire de questions 1 ou 2 (ou la paire 3 ou 4). Les 16 catégories se répartiront de la manière suivante en M et en D :

		A auto		A ~~auto~~	
		vélo	~~vélo~~	vélo	~~vélo~~
B auto	vélo	M	M	M	M
	~~vélo~~	D	D	D	D
B ~~auto~~	vélo	D	D	D	D
	~~vélo~~	M	M	M	M

La réponse au problème posé est donc la suivante : lorsqu'on passe de la paire de questions 1 à la paire 2 (ou de la paire 3 à la paire 4), le signe de la coïncidence des réponses reste le même si le couple appartient à l'une des 8 catégories M; il s'inverse si le couple appartient à l'une des 8 catégories D. On le vérifie immédiatement sur le tableau p. 5.

Or si le signe de la coïncidence s'inverse, la somme des coïncidences est nulle, et leur différence est ±2; s'il reste le même, c'est l'inverse : la somme est ±2, la différence est nulle. Et ceci pour les deux groupes (1, 2) et (3, 4) de couples de questions.

L'idée suivante n'est alors plus très lointaine : pour l'un (1, 2) des groupes, on va additionner les coïncidences, pour l'autre (3, 4), on va les soustraire. Dans une catégorie M on aura donc ±2 pour la somme $1 + 2$ et 0 pour la différence $3 - 4$; dans une catégorie D, on aura 0 pour la somme $1 + 2$, ±2 pour la différence $3 - 4$.

Donc, que la catégorie soit M ou D, on aura toujours un groupe où les coïncidence s'ajoutent et un groupe où elles se neutralisent et par conséquent :

$$(C_1 + C_2) + (C_3 - C_4) = \pm 2$$

Si l'on soustrait les deux premières et additionne les deux dernières, ou si l'on permute les termes dans les parenthèses, on peut déplacer le signe − devant n'importe lequel des 4 termes.

Rectification : ainsi que me le fait remarquer B. d'Espagnat, la manière dont je m'exprime dans les deuxième et troisième alinéa du §7 est critiquable.

Le fait que la probabilité de coïncidence dépende directement de l'angle entre les analyseurs n'est pas déroutante : B. d'Espagnat exhibe un modèle classique où il en est ainsi. Ce qui est déroutant, c'est la forme de cette dépendance et le fait que, comme je le dis plus loin, il ne soit pas «possible de ramener cette dépendance directe à une dépendance indirecte, passant par des dépendances locales».

D'autre part la localité n'exige pas l'indépendance des probabilités p_A et p_B; elles peuvent être liées si les deux photons d'une paire sont dans des états corrélés par leur passé commun. Cette indépendance est par contre exigée pour les paires *dans un état donné* (qu'on peut supposer défini par la variable cachée λ) : on veut que, pour un λ donné, la fonction de coïncidence $f_{AB}(\lambda,a,b)$ soit le produit de deux fonctions $f_A(\lambda,a) \cdot f_B(\lambda,b)$ dont l'une ne dépende que de a et l'autre que de b. Ou, ce qui revient au même, on exige que le même A donne la même réponse à la même question, qu'on pose à son partenaire B la question b ou la question b'.